№2 (продолжение)

$(y-2)(12-12) = 80-84+4 = 0 \Rightarrow$ при $x=4$

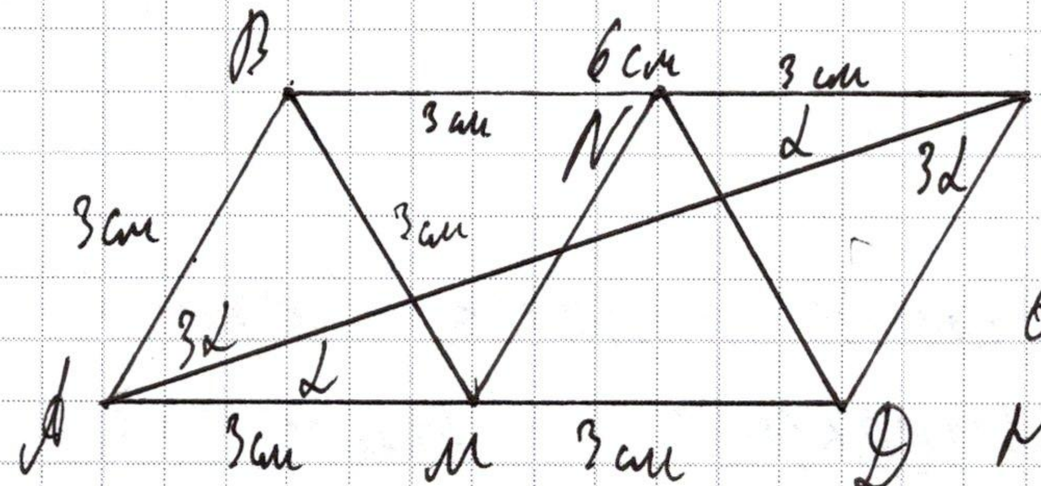
y любое целое.

Ответ: при $x \neq 4$ x вида $3n+2$, y вида $5n+5$,

где n – любое целое число

при $x=4$ y – любое целое число.

№3



$\angle = 15^\circ \Rightarrow \angle BAD = 4 \cdot 15^\circ = 60^\circ$. Доп. постр., проведу отрезок BM, где M – середина AD. Тогда $\triangle ABM$ – р/б, а значит, и р/с $\Rightarrow S_{\triangle ABM} = 1{,}5 \cdot \sqrt{6{,}75}$. $ABCD$ разбивается на 4 треугольника, равных $\triangle ABM \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 4 \cdot 1{,}5 \cdot \sqrt{6{,}75} = 6 \cdot \sqrt{6{,}75}$

Ответ: $S_{ABCD} = 6\sqrt{6{,}75}$

№4

$$\left| \frac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}-1} \right| = a^2+1 \Rightarrow \left| \frac{x^2+x-2}{x+2} \right| = a^2+1$$

при $x \neq -2$:

$|x-1| = a^2+1$

Значит, $\left[\begin{array}{l} x-1 = a^2+1 \\ x-1 = -1-a^2 \end{array}\right.$

нужно, чтобы $x<0$ и

$a^2+1 = -1-a^2$, т.к. x единств.

тогда $2a^2 = -2 \Rightarrow a^2 = -1$ ∅

при $x=-2$: ∅, т.к.

$$\left| \frac{x^2+x-2}{2-2} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^2+x-2}{0} \right| = a^2+1$$

Ответ: ни при каких значениях a такого нет.

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

№1

Обозначу за $v_с$ скорость поедания малины Софией, аналогично $v_а$ и $v_р$ для Арсения и Ромы.

Тогда исходя из условия: $v_с + v_а = \frac{0,5}{9}$ кг/мин = $= \frac{1}{18}$ кг/мин. Аналогично $v_р + v_а = \frac{1}{24}$ кг/мин, $v_с + v_р = \frac{1}{36}$ кг/мин. Сложу все скорости $(v_с + v_а) + (v_с + v_р) + (v_р + v_а) = 2(v_с + v_а + v_р) = \frac{1}{24} + \frac{1}{36} + \frac{1}{18} = \frac{4+3+2}{72} = \frac{9}{72} = \frac{1}{8}$ кг/мин. Значит, $v_с + v_а + v_р = \frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$ кг/мин $\Rightarrow$ втроём им потребуется 16 минут на съедение 1 кг ягод.

Ответ: за 16 минут.

№2

$(y-2)(3x-12) = 5x^2 - 21x + 4$ по усл. $x, y \in Z$

$y = \frac{5x^2 - 21x + 4}{3(x-4)} + 2$

при $x \neq 4$:

$y = \frac{5x-1}{3} + 2$, если $x \in Z$, то $x \vdots 3$

тогда x вида $3n+2$, где $n \in Z$;

а y вида $5n+5$ (n – любое целое)

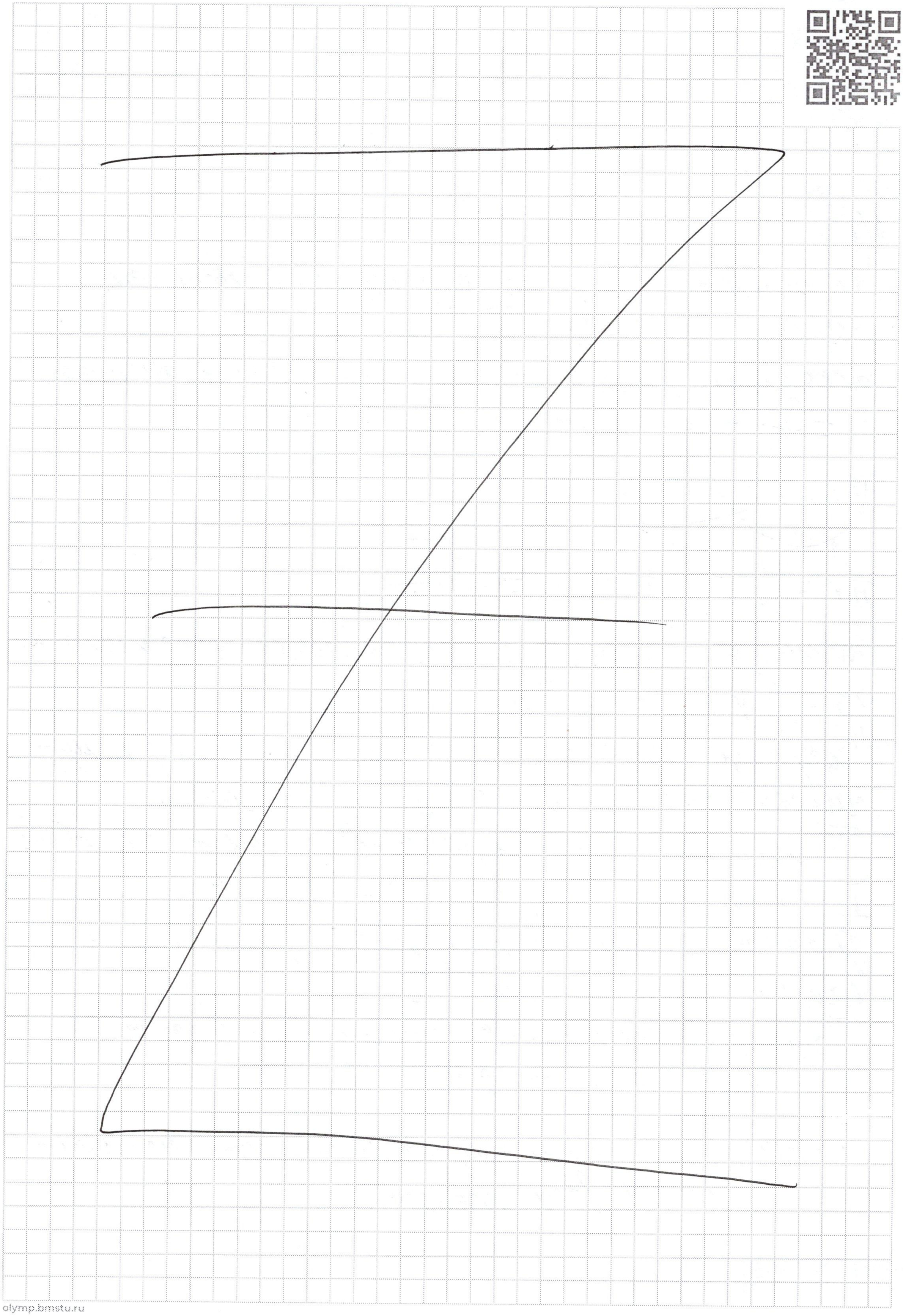
при $x = 4$:

$(y-2)(3 \cdot 4 - 12) =$

$= 5 \cdot 4^2 - 21 \cdot 4 + 4$

(см. прод. на обор. л. 1)

Можно использовать оборот листа для записи решений



№6

Рассчитаю S попер. сеч. для трапециевидного желоба: $S_1 = 3\left(1 \cdot \sqrt{2^2 - 1^2}\right) = 3\sqrt{3}\ м^2$

Рассчитаю S попер. сеч. для полукруглого желоба:

$S_2 = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2}\ м^2$



$\pi r = \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{\pi} \Rightarrow r = \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt{\pi}}\ м$

Посчитаю S попер. сеч. для квадратного желоба:

$S_3 = \left(3\sqrt[4]{3}\right)^2 = 9\sqrt{3}\ м^2$

"сокращу" $150\sqrt{3}\ м^2$ и S_1, S_2, S_3 на $\sqrt{3}$, получится $150\ м^2$ $3\ м^2$; $0{,}5\ м^2$; $9\ м^2$ соотв.

Тогда найду "выгодность" разных желобов:

I – $1/м^2$ II – $4/м^2$ III – $2/3\ м^2$

значит, самый "выгодный" III, затем I и самый "невыгодный" II.

Тогда минимальная стоимость будет

$12 \cdot 6 + 13 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 123$.

Ответ: 123 – минимальная стоимость изготовления всех желобов.